

CONCEITOS E FUNDAMENTOS DA MODELAGEM MATEMÁTICA PARA GERENCIAMENTO DE RECURSOS HÍDRICOS SUBTERRÂNEOS

RESUMO

Este trabalho discute conceitos e fundamentos da modelagem matemática para a construção de modelos que permitem a compreensão do sistema hidrogeológico real. A aplicação da modelagem matemática para a simulação de cenários (atuais e futuros) e determinação das zonas de captura de águas subterrâneas constitui uma ferramenta importante para o gerenciamento de recursos hídricos.

Palavras-chave: modelagem matemática, águas subterrâneas

SUMMARY

This paper discusses concepts and fundamentals of mathematical modeling for the construction of models that enable one to understand real hydrogeological systems. Mathematical modeling applied in the simulation of scenarios (current and future) and the determination of underground water capture zones constitutes an important tool for the management of water resources.

Keywords: mathematical modeling, groundwater

*Carlos André Bonganha¹,
Nilson Guiguer Jr.¹,
Sueli Yoshinaga Pereira²,
Luciana Camargo de Oliveira¹ e
Maria Lúcia Ribeiro¹*

¹Mestrado em Desenvolvimento Regional e Meio Ambiente – Centro Universitário de Araraquara – UNIARA

²Instituto de Geociências, Universidade Estadual de Campinas

*Autor para correspondência: UNIARA – Centro Universitário de Araraquara
R. Voluntários da Pátria, 1309
Caixa Postal: 68
CEP: 14801-320. Araraquara. SP
Fone/Fax: (16) 3301-7100
E-mail: lcamargo@iq.unesp.br

INTRODUÇÃO

As águas subterrâneas são as principais fontes disponíveis para o abastecimento de água doce. Devido à escassez do recurso hídrico superficial, o recurso subterrâneo é uma reserva vital, sendo de fundamental importância o desenvolvimento de modelos que simulem situações reais para possibilitar o planejamento e a gestão desses recursos hídricos subterrâneos, incluindo sua proteção e descontaminação (LOURENCETTI, 2006; CETESB, 2004).

A proteção e descontaminação dos recursos hídricos subterrâneos dependem principalmente da quantificação do fluxo e do transporte de contaminantes em águas subterrâneas. Estes parâmetros podem ser determinados por medidas de campo e por modelagem matemática. A abordagem utilizando as medidas de campo é a mais direta e a mais precisa, entretanto, raramente é utilizada com exclusividade, devido aos seus altos custos e aos longos prazos que necessita para caracterizar o seu comportamento (CLEARY, 1991). Assim, a abordagem quantitativa

utilizada com maior frequência pelos órgãos governamentais e empresas de consultoria americanas e européias é a modelagem matemática. Os modelos matemáticos empregam uma equação ou uma série de equações que simulam e prevêem respostas físico-químicas de um aquífero sujeito a perturbações, tais como poços de injeção ou extração ou a migração de um resíduo tóxico (CLEARY, 1991).

A modelagem matemática consiste na representação matemática do que acontece na natureza a partir de um modelo conceitual, idealizado com base no levantamento e interpretação de dados e observações do sistema real, tendo como objetivo uma melhor compreensão do sistema atual, possibilitando prever situações futuras, algumas vezes passadas, porém sempre buscando direcionar ações de decisão (IRITANI, 1998).

A aplicação da técnica da modelagem e a interpretação dos resultados qualitativos e quantitativos em estudos de prevenção de possíveis impactos ambientais vêm ganhando

destaque na literatura (BONGANHA, 2005). Na região de Araraquara (SP), com o auxílio da modelagem matemática, elaborou-se o mapa de vulnerabilidade natural à poluição dos recursos hídricos subterrâneos e determinaram-se as zonas de captura das águas subterrâneas (MEAULO, 2004; BONGANHA 2005). Pessoa *et al.* (2003) e Gomes *et al.* (2002) utilizaram modelagem matemática em conjunto com técnicas de simulação de sistemas e sistemas de informações geográficos para a elaboração de mapas de riscos e de vulnerabilidade da água subterrânea à exposição direta e indireta de agrotóxicos.

Cordazzo (2000) propôs um modelo, utilizando modelagem matemática, com solução numérica bidimensional, para o derramamento de gasolina acrescida de álcool nos solos, importante causador da contaminação dos aquíferos freáticos. Alcântara (1999) utilizou modelagem matemática para verificar a adsorção e movimentação de metais pesados em solos e sua possível contaminação para águas subterrâneas. A aplicação da técnica de modelagem matemática para diferentes fins tornou-se uma ferramenta rotineira no auxílio da solução de diferentes problemas, inclusive de águas subterrâneas, sendo usada com frequência em projetos de gestão de recursos hídricos. Assim, este trabalho discute conceitos e fundamentos da modelagem matemática como ferramenta para a gestão dos recursos hídricos subterrâneos.

Princípios básicos da modelagem matemática

O modelo matemático representa o comportamento do sistema físico real da água subterrânea pela resolução das equações matemáticas que regem os processos atuantes. Os procedimentos ou passos efetuados no computador para a resolução das equações, utilizadas para construir o modelo matemático, constituem o programa de computador ou aplicativo ou simulador matemático. Konikow & Bredehoeft (1992) denominam este programa, construído para resolver as equações parciais através de algoritmos numéricos, de “modelo genérico”. Na aplicação da modelagem matemática em águas subterrâneas, o programa utilizado é o fluxo de água subterrânea necessário para a otimização do sistema de abastecimento que, dentre suas diversas aplicações, permite:

- entender tridimensionalmente, a dinâmica de sistemas complexos de fluxo de água subterrânea;
- avaliar o regime de exploração das águas subterrâneas;
- determinar Zona de Captura dos poços, fundamental para o zoneamento de proteção de captações;
- planejar e otimizar sistemas de abastecimento de água através da determinação das melhores localizações dos poços;
- otimizar sistemas de rebaixamento de lençol freático

Equação de fluxo da água subterrânea

A equação diferencial parcial tridimensional, aplicada a um modelo matemático, que governa o fluxo de água subterrânea, considerando-se um meio heterogêneo, anisotrópico e em estado transiente, é derivada através da combinação matemática da equação de balanço de água e da lei de Darcy (ANDERSON E WOESSNER, 1992 e CLEARY, 1989).

Considerando-se um volume elementar representativo de um aquífero, com os eixos do sistema de coordenadas coincidentes com as principais direções do tensor de condutividade hidráulica, isto é, x , y e z co-lineares a K_x , k_y , e k_z , respectivamente, e considerando a água com uma densidade constante, a equação fundamental de fluxo de água subterrânea é representada pela equação 1 mostrada a seguir (CLEARY, 1991).

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_{xx} \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_{yy} \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_{zz} \frac{\partial h}{\partial z} \right) + W(x, y, z, t) = S_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad (1)$$

onde:

h = carga hidráulica [L]

k_{xx} , k_{yy} e k_{zz} são os valores de condutividade hidráulica ao longo dos eixos x , y e z , respectivamente [L/T].

S_s = coeficiente de armazenamento específico [1/L]

t = tempo

$W(x,y,z,t)$ = representa fontes ou sumidouros de água [L³/TL³]

Para a construção de um modelo matemático que represente um sistema real, de fluxo de água subterrânea, são adotados os seguintes procedimentos:

- 1) desenvolvimento do modelo conceitual, que envolve todo o levantamento e interpretação de dados e observações do sistema real;
- 2) seleção do programa a ser utilizado segundo as necessidades e os dados existentes (escolha do aplicativo matemático);
- 3) tradução do modelo conceitual para a linguagem matemática, construindo-se os diversos bancos de dados para a entrada das informações no programa selecionado;
- 4) calibração do modelo matemático construído de forma a diminuir as incertezas inerentes a uma representação simplificada (modelo matemático) de um sistema real, em geral, complexo.

1) Modelo Conceitual

O modelo conceitual consiste em compreender o sis-

tema hidrogeológico em questão com base na interpretação e análise semiquantitativa dos dados (WALTON, 1992) de forma a identificar as unidades hidroestratigráficas e suas características hidráulicas e o sistema de fluxo da água subterrânea. Este modelo conceitual norteará a definição do domínio do modelo, do tipo de aquífero a ser modelado, das condições iniciais e de contorno, e das fontes e sumidouros de água no sistema.

A interpretação de mapas e perfis litológicos e perfilagens geofísicas de poços para a confecção de seções geológicas, combinada com a análise das propriedades hidráulicas, direcionam a definição das unidades hidroestratigráficas a serem utilizadas na modelagem matemática, caracterizando-as em extensão, continuidade lateral e espessura.

Os modelos numéricos requerem a definição de condições de contorno, onde são especificadas as cargas hidráulicas ou taxas de fluxo, para a delimitação da área modelada.

Anderson e Woessner (1992) sugerem que, sempre que possível, sejam adotadas como condições de contorno, fronteiras hidráulicas naturais, representadas por alguma feição física como contatos geológicos, rios e divisores de água.

A compreensão do sistema de fluxo da água subterrânea é obtida pela avaliação dos mapas potenciométricos, que permitem identificar as áreas de recarga e descarga da região de interesse e as feições que afetam hidráulica o sistema avaliado, incluindo, a influência antrópica como poços, drenos e tanques que podem funcionar como consumidores (sumidouros) ou fornecedores (fontes) de água.

2) Seleção do programa

A seleção do aplicativo matemático a ser empregado depende de vários fatores, tais como: objetivo do trabalho, problema a ser resolvido com o modelo matemático, complexidade do modelo conceitual, tempo e recursos disponíveis. Estes fatores determinarão a decisão das opções entre um modelo analítico ou numérico, bi ou tridimensional, diferenças finitas ou elementos finitos, fluxo de água subterrânea ou transporte de massa (IRITANI, 1998).

Diversos programas estão disponíveis, entretanto, é aconselhável optar por um aplicativo que seja amplamente utilizado em cenários compatíveis, com manual detalhado, com documentação completa e suporte técnico ao usuário. Além disso, o programa deve calcular o balanço de água, pois, como as equações se baseiam em conservação de massa, valores semelhantes entre os volumes de água que entram ou saem do sistema indicam que o programa calculou corretamente as equações que compõem o modelo matemático (ANDERSON e WOESSNER, 1992).

3) Elementos do Modelo Matemático

Para a construção do modelo matemático é necessário traduzir o modelo conceitual da área, definido com base nos dados hidrogeológicos e hidrológicos, para a linguagem do programa escolhido. Assim, a discretização da malha, a delimitação das condições de contorno e das condições iniciais devem ser adequadamente introduzidas de modo que o aplicativo matemático, escolhido para a construção do modelo matemático, represente as condições reais do sistema hidrogeológico.

Os elementos para a definição do modelo matemático são:

- discretização da grade do modelo;
- delimitação das condições de contorno externas e internas;
- definição dos poços de injeção/ extração e de observação;
- definição das condições.

Grade do Modelo: no método das diferenças finitas, a área modelada é discretizada por uma grade ou malha, desenhada por linhas, colunas e camadas, que definem o conjunto de células onde serão colocadas as condições de contorno e também serão calculadas as cargas hidráulicas e velocidades da água subterrânea. Antes da discretização da malha é necessário definir o domínio do modelo, isto é, a área dentro da região de interesse que será modelada.

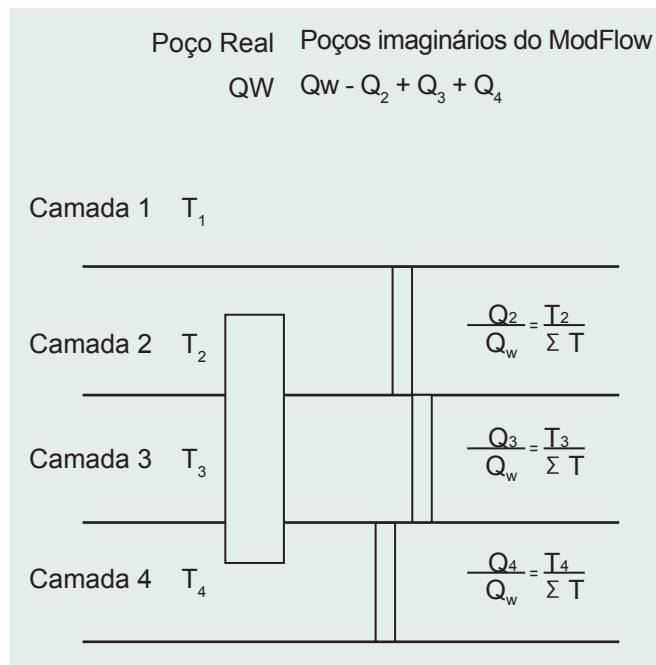


Figura 1. Determinação da taxa de bombeamento em cada camada do modelo considerando um poço atravessando diversas camadas.(IRITANI, 1998)

A grade discretizada no modelo pode ser refinada nas áreas de maior interesse ou onde existem altos gradientes hidráulicos, como ao redor de poços, para aumentar a definição e precisão no cálculo das cargas hidráulicas e velocidades.

No MODFLOW Pro 3.1, aplicativo utilizado como exemplo neste trabalho, é possível definir uma grade com espaçamento irregular, em todos os eixos (x, y e z), com a grade discretizada na horizontal e na vertical, sendo necessário definir as propriedades hidráulicas de cada unidade hidrogeológica, para sua representação no modelo matemático.

O MODFLOW aceita condições heterogêneas e anisotrópicas, sendo então necessário introduzir as condutividades hidráulicas das unidades para três eixos de coordenadas (K_x , K_y , K_z e os parâmetros de armazenamento S_s , S_y , n_{ef} e n).

Poços de Injeção/Extração e de Observação: A água pode entrar ou sair do sistema modelado através da fronteira e também dos poços de injeção ou extração. As fontes ou sumidouros, que simulam estes poços de injeção/extração, são representados pelo termo W (x, y, z, t) na equação de fluxo da água subterrânea.

Os poços de bombeamento inseridos no MODFLOW (McDONALD e HARBAUGH, 1988), devem especificar a vazão bombeada em cada camada atravessada pelos filtros (Q_n), proporcionalmente à transmissividade da camada (T_n). Considerando que o filtro se estende por toda a camada o MODFLOW assinala o poço no centro da célula, não aceitando o poço aberto em mais de uma camada do modelo. Para contornar este problema, pode-se simular um grupo de poços simples, cada um com filtro em uma camada, simulando um poço com filtro em multicamadas bombeando uma vazão total Q_w (Figura 1). Para calcular a vazão de cada um dos poços simples (Q_n), usa-se a relação com a transmissividade de cada camada (T_n) (McDONALD e HARBAUGH, 1988), onde n é o número da camada do modelo.

4) Calibração do Modelo

O processo de calibração consiste no ajuste do modelo matemático simulado ao sistema hidrogeológico estudado. Neste processo, os parâmetros hidrogeológicos e as condições de contorno são ajustados para que as cargas hidráulicas simuladas pelo modelo matemático sejam semelhantes àsquelas observadas no sistema real. O processo de calibração mais comumente utilizado é o de “tentativa e erro”, no qual os parâmetros são ajustados manualmente por simulações sucessivas e comparação entre as cargas hidráulicas calculadas e observadas (ANDERSON e WOESSNER, 1992). Quando a

diferença entre a carga hidráulica calculada e observada atingir um valor aceitável, previamente definido, o modelo será considerado calibrado. Este valor é também chamado de “critério de calibração” e a diferença entre as cargas hidráulicas é tratada como “resíduo”. A média dos resíduos (denominado nos programas como ME - “mean error”) é simplesmente a média da diferença entre as cargas hidráulicas calculadas pelo modelo (h_{calc}) e observadas (h_{obs}). Esta média do resíduo é calculado pela equação 2:

$$ME = 1/n \sum_{l=1}^n (h_{obs} - h_{calc})_l \quad (2)$$

onde n é o número de valores de calibração.

Este cálculo da média do resíduo considera os valores positivos e negativos, enquanto que a média do resíduo absoluto (referenciado como MAE, “mean absolute error”) considera o valor absoluto da diferença entre a carga hidráulica observada e a calculada. Esta média absoluta é obtida pela equação 3.

$$MAE = 1/n \sum_{l=1}^n |(h_{obs} - h_{calc})_l| \quad (3)$$

O desvio padrão é um dos critérios de calibração mais utilizados, sendo denominado nos programas pela sigla RMS (“root mean squared”), e é calculado pela equação 4:

$$RMS = \left[1/n \sum_{l=1}^n (h_{obs} - h_{calc})_l^2 \right]^{0,5} \quad (4)$$

Dessa forma, adota-se também um outro critério relativo à diferença de carga hidráulica total (H) no domínio do modelo, denominado neste trabalho de “porcentagem de resíduo” e representado por:

$$\% \text{ resíduo} = RMS / H,$$

onde se pode assumir um valor inferior a 10% como aceitável.

Com o software Visual MODFLOW Pro 3.1 (GUIGUER e FRANZ, 1996), a calibração pode ser feita automaticamente pelo aplicativo Win PEST, o que possibilita uma redução no tempo despendido normalmente nas calibrações manuais do modelo (GUIGUER e FRANZ, 1996).

CONCLUSÕES

O modelo matemático resultante dos cumprimentos destas etapas é uma representação simplificada de um sistema real.

Os modelos matemáticos constituem excelentes ferramentas, quando a compreensão do sistema real se torna necessária para a previsão e comparação de alternativas de cenários futuros; seus resultados são dependentes da qualidade dos dados de entrada e da compreensão do modelo conceitual do sistema em estudo.

A qualidade do modelo matemático construído depende de vários fatores, entre os quais se destacam a confiabilidade dos dados levantados e a sua interpretação,

permitindo um melhor entendimento do sistema hidrogeológico real.

A vantagem da modelagem matemática em relação às demais metodologias de avaliação consiste na possibilidade de permitir simulações de cenários futuros, possibilitando uma constante atualização de dados. Quando aplicada para investigar o comportamento da água subterrânea, sob a ação de alterações antrópicas, direciona o levantamento de novos dados.

Desta forma, a modelagem matemática é importante ferramenta de gestão de recursos hídricos, pois fornece subsídios para a elaboração de programas de gerenciamento de poços, simulações de vários cenários futuros e em consequência a proteção da qualidade da água subterrânea.

Referências

- LOURENCETTI, C. *Herbicidas mais empregados no cultivo de cana-de-açúcar no município de Araraquara (SP): desenvolvimento e validação de método de quantificação e avaliação do potencial de lixiviação em solos argiloso e arenoso (área de regarga do sistema aquífero Guarani)*. Tese de Doutorado. UNESP – Instituto de Química de Araraquara. 2006. 155 p.
- Companhia de Tecnologia de Saneamento Ambiental (São Paulo). **Relatório de qualidade das águas subterrâneas do Estado de São Paulo**, 2001-2003. São Paulo: CETESB, 2004.
- CLEARY, R.W. **Qualidade das Águas Subterrâneas**. In: PORTO et al. *Hidrologia Ambiental*. ABRH e EDUSP. São Paulo. p. 211-293. 1991.
- IRITANI, M.A. *Modelação matemática tridimensional para a proteção das captações de água subterrânea*. Tese (Doutorado). USP, São Paulo, 1998. 200 p.
- BONGANHA, C. A. *A utilização da modelagem matemática como ferramenta para a gestão integrada e sustentável dos recursos hídricos subterrâneos: uma proposta para o município de Araraquara – SP*. Dissertação de Mestrado – Centro Universitário de Araraquara – UNIARA, Araraquara, 2005, 124p.
- MEAULO, F. J. *Vulnerabilidade natural à poluição dos recursos hídricos subterrâneos da área de Araraquara - SP*. Dissertação de Mestrado. UNESP, Rio Claro-SP, 2004.
- PESSOA, M. C. P. Y.; GOMES, M. A. F.; NEVES, M. C.; CERDEIRA, A. L.; SOUZA, M. D. *Identificação de áreas de exposição ao risco de contaminação de águas subterrâneas pelos herbicidas atrazina, diuron e tebutiuron*. **Pesticidas: R. Ecotoxicol. e Meio Ambiente**, Curitiba, v. 13, p. 111-122, jan./dez., 2003.
- GOMES, M.A.F.; SPADOTTO, C.A.; PESSOA, M.C.P.Y. *Avaliação da vulnerabilidade natural do solo em áreas agrícolas: subsídio à avaliação do risco de contaminação do lençol freático por agroquímicos*. **Pesticidas: R. Ecotoxicol. e Meio Ambiente**, v.12, p.169-179, 2002.
- CORDAZZO, J. *Modelagem e simulação numérica do derramamento de gasolina acrescida de álcool em águas subterrâneas – Dissertação de mestrado (Engenharia mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2000.*
- AICÂNTARA, M. A. K. *Eluviação de cromo (III) de resíduo de curtume em colunas de dois latossolos com diferentes texturas*. Tese de Doutorado – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1999.
- KONIKOW, L.F e BREDEHOEFT, J.D. *Groundwater models cannot be validated*. **Advances in Water Resources**, v.15, n.11, p. 75-83, 1992.
- ANDERSON, M.P e WOEISSNER, W.W. **Applied groundwater modeling. Simulation of flow and advective transport**. Academic Press. San Diego, EUA. 1992.
- CLEARY, R.W. **Hidrologia de Águas Subterrâneas**. In: RAMOS et al. 1989. Engenharia Hidrológica. ABRH e Ed. UFRJ. Rio de Janeiro-RJ. p. 293-404.
- WALTON, W.C. **Groundwater Modeling utilities**. Lewis Publishies, Inc, EUA. 640 p. 1992.
- Mc DONALD, M.G. e HARBAUGH, A.W. **A Modular Three dimensional finite-difference ground water flow model**. Techniques of Water Resources Investigation of U.S. Geological Survey. USGS. Washington-D.C. EUA. 576p. 1988.
- GUIGUER, N. e FRANZ, T. **Visual MODFLOW. User's Manual**. Waterloo Hydrogeologic Inc.. Waterloo, Canada. 1996. 231 p.

A ALD Automotive é referência mundial em Terceirização de Frotas de Veículos, com presença global em 35 países e mais de 800.000 veículos sob sua administração.



Sua empresa deseja evitar as dificuldades de gestão de sua frota?

Nós lhe oferecemos o piloto automático.

Vantagens ALD Automotive

Uma gestão eficiente:

- > A ALD disponibiliza à sua empresa um atendimento personalizado, oferecendo informações abrangentes, precisas e objetivas, com a rapidez que você precisa.
- > Liberamos sua empresa de todas as tarefas burocráticas e operacionais. Isso permitirá a sua empresa concentrar-se em melhorias efetivas na gestão de sua frota, e foco em seus negócios.
- > **Serviços incluídos:** Emplacamento, licenciamento e IPVA, Manutenções preventivas e corretivas, Serviço de apoio ao condutor através do nosso serviço 0800, Assistência 24 horas, Gestão Integrada, Consultoria, Pneus, Veículo de Substituição, Gestão de acidentes e Seguro.

SOCIETE
GENERALE
GROUP

ALD Automotive
Av. Paulista 2300 - 4º andar
São Paulo - SP 01310-300
Tel.: 3123-7210 - Fax: 11 3123-7219
www.aldautomotive.com.br
info.br@aldautomotive.com



ALD
Automotive